Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Lisa Lorentzen tlf. 73 59 35 48

EKSAMEN I MA0001 BRUKERKURS A I MATEMATIKK

Bokmål
Tirsdag 14. desember 2010
kl. 9–13
Sensurfrist 11. januar 2011

Hjelpemidler (kode A): Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler, en lommeregner.

Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.

Oppgave 1 Løs ligningen

$$\ln x^4 - 3\ln x = 1.$$

Oppgave 2 La

$$P(t) = \frac{\sqrt{25+t^2} - 5 + e^{-t}}{t^2}$$

beskrive hvordan en prosess endrer seg med tiden t. Hvordan går det med prosessen når $t \to \infty$?

Oppgave 3 La c være et ukjent, men fast gitt reelt tall. Vis at

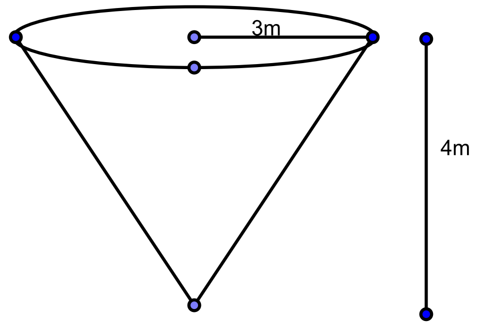
$$3x^2 + 1 + 4c^2 > 6cx \qquad \text{for alle reelle tall } x.$$

Oppgave 4 En væske med temperatur 100° C blir satt til avkjøling ved tidspunkt $t = 0$ i et rom som holder temperaturen 20° C. Det er klart at avkjølingen skjer raskere når temperaturforskjellen mellom væsken og omgivelsene er stor enn når den er liten.

Skisser en kurve som kan beskrive temperaturen $T(t)$ i væsken som funksjon av tiden t for $0 \le t \le 20$.

Skisser grafen til den deriverte $T'(t)$ for din kurve.

Oppgave 5



En tom vanntank har form som en sirkulær kjegle som vist på figuren. Vi pumper vann opp i tanken med hastighet 10 liter vann per sekund.

Hvor lang tid tar det å fylle tanken?

Hvor fort stiger vannhøyden i tanken akkurat idet vannet er 2m dypt på midten?

Oppgave 6 La $P(t)$ betegne antall individer i en dyrestamme ved tidspunkt t. $P(t)$ endrer seg med tiden t (t er målt i enheten år), slik at

- i løpet av ett år blir det født like mange individer som det var i dyrestammen ved årets begynnelse, og
- i løpet av ett år dør 1/4 av individene som var i dyrestammen ved årets begynnelse, og
- fødsler og død skjer fordelt gjennom hele året, og
- bestanden var på hundre tusen individer ved tidspunkt $t = 0$.

Foreslå et funksjonsutrykk for $P(t)$. (Oppgaven har flere løsninger. Du skal bare finne én mulig løsning.)

Spiller det noen rolle for din løsning om årsskiftene skjer ved tidspunktene $t = 1, 2, 3, \ldots$ eller ved $t = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \ldots$?

Oppgave 7 La R være området i første kvadrant av xy-planet begrenset av kurvene

$$x = 0, \qquad y = \frac{\pi}{2} \qquad \text{og} \qquad y = \arcsin \frac{x}{3}.$$

a) Finn arealet av R.

b) Vis at omkretsen til R har lengde gitt ved

$$L = \frac{\pi}{2} + 3 + \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + 9\cos^2 t}\, dt.$$

Bruk trapesmetoden med 3 delintervaller til å bestemme en tilnærmet verdi for L.